

CONCOURS D'ENTRÉE À L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE LOMÉ (EPL)

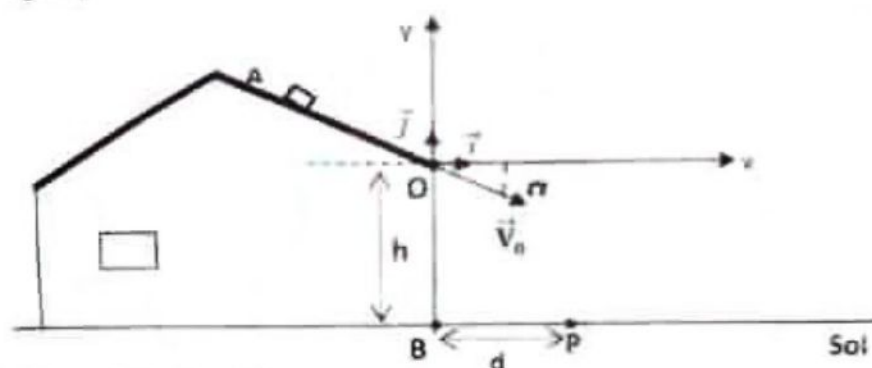
Année 2022-2023

TYPE : LICENCE PROFESSIONNELLE  
PARCOURS : GENIE LOGICIEL (GL)

Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

**Exercice 1 : Mouvement de chute d'un solide (6 points)**

Un solide de masse  $m = 200 \text{ g}$  assimilable à un point matériel, glisse jusqu'au bord  $O$  du toit d'un immeuble où il existe des forces de frottement d'intensité  $f = 0,5 \text{ N}$ . Il part d'un point  $A$  sans vitesse initiale et arrive au point  $O$  avec une vitesse  $v_0$ . Au point  $O$ , il s'engage dans un mouvement de chute libre avec la vitesse  $\vec{v}_0$  faisant un angle  $\alpha = 35^\circ$  avec l'horizontale. Soit  $B$ , le point du sol situé à la verticale de  $O$ . Le solide touche le sol au point  $P$  situé à une distance  $d$  du point  $B$ . La hauteur du bord du toit est  $h = 16 \text{ m}$  et la longueur  $AO = l = 7,3 \text{ m}$ . (Voir figure)



1. Etude du mouvement sur le trajet  $AO$ .
  - a) En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, établir l'expression de  $v_0$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $f$ ,  $l$  et  $\alpha$ . Faire l'application numérique. (1 pt)
  - b) Etablir l'expression de l'accélération du mouvement du solide sur le trajet  $AO$  en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $f$  et  $\alpha$ . Faire l'application numérique. (1 pt)
2. Etude du mouvement de chute libre.
  - a) Etablir les équations horaires  $x(t)$  et  $y(t)$  du mouvement du solide dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  après son passage en  $O$ . On prendra comme origine des dates l'instant de passage en  $O$ . (1 pt)
  - b) En déduire l'équation cartésienne de la trajectoire. (1 pt)
  - c) Calculer la distance  $d = BP$ . (1 pt)
3. Déterminer les durées des trajets  $AO$  et  $OP$ . (1 pt)  
On prendra  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

**Exercice 2 : Lentilles minces (04 points)**

On considère une lentille convergente  $L_1$  de distance focale  $f_1'$  et de centre optique  $O_1$ .

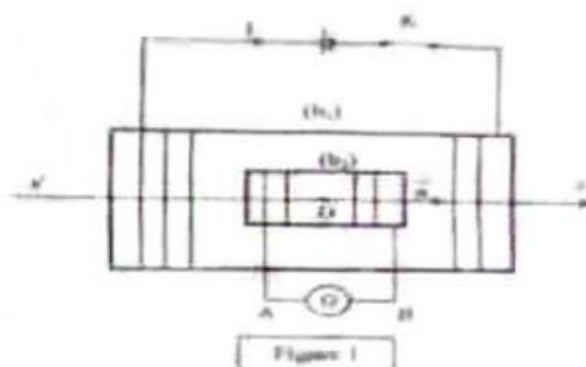
1. On place à  $50 \text{ cm}$  devant cette lentille un objet  $AB$  de  $10 \text{ cm}$  de hauteur perpendiculaire à l'axe principal de la lentille et dont le pied  $A$  est sur l'axe. L'image se forme à la même distance de  $50 \text{ cm}$  derrière la lentille. Montrer que  $f_1' = 25 \text{ cm}$ . (1 pt)

2. On associe à  $L_1$  une lentille  $L_2$ . La vergence du système vaut  $-3,33 \text{ D}$ .
- Calculer la distance focale  $f_2$  de la lentille  $L_2$ . Quelle est sa nature ? (1 pt)
  - Déterminer la position de l'image formée par le système des deux lentilles associées, l'objet étant à  $50 \text{ cm}$  devant le système. (1 pt)
  - Construire cette image sur un graphique à l'échelle  $1/5$ . (1 pt)

### Exercice 3 : (10 points)

Un circuit électrique fermé est constitué des dipôles suivants :

- un générateur de tension constante et de résistance interne négligeable ;
- un interrupteur  $K$  ;
- des fils de connexion ;
- un solénoïde  $b_1$  de diamètre  $d = 17,84 \text{ cm}$ , de longueur  $l_1 = 7 \text{ dm}$  et formé de  $N_1 = 2500$  spires. A l'intérieur de  $b_1$  se trouve un autre solénoïde  $b_2$  dont les bornes A et B sont reliées à un galvanomètre G. Les solénoïdes  $b_1$  et  $b_2$  sont en position horizontale et coaxiaux. Leurs centres coïncident au point O de l'axe  $x'x$ . Pour plus de clarté, certaines spires ne sont pas représentées sur la figure 1. L'intensité du courant qui circule dans  $b_1$  est  $I_1 = 0,12 \text{ A}$ . On donne  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$ .

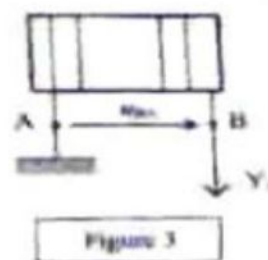
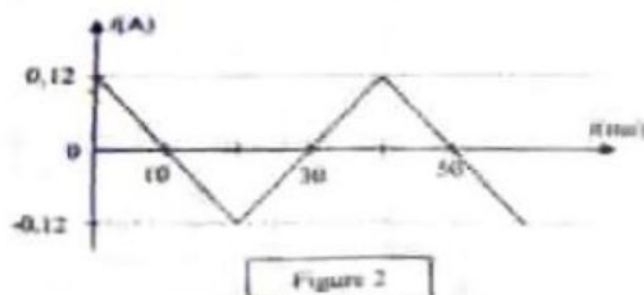


O de l'axe  $x'x$ . Pour plus de clarté, certaines spires ne sont pas représentées sur la figure 1. L'intensité du courant qui circule dans  $b_1$  est  $I_1 = 0,12 \text{ A}$ . On donne  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$ .

- Déterminer l'inductance  $L_1$  du solénoïde  $b_1$ . (1 pt)
- Déterminer la valeur  $B$  du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  créé à l'intérieur de  $b_1$ . (1 pt)
- On ouvre l'interrupteur  $K$ , le galvanomètre détecte un bref courant qui circule dans le solénoïde  $b_2$ .
  - Représenter qualitativement l'allure de la variation de l'intensité du courant en fonction du temps dans le solénoïde  $b_1$  et donner le nom du phénomène physique dans chaque bobine qui justifie cette allure. Définir ces phénomènes physiques. (1.5 pt)

- Reproduire le schéma de la figure 1 et représenter :
  - les sens des courants  $I_1$  et  $I_2$  circulant dans les solénoïdes  $b_1$  et  $b_2$ . (1 pt)
  - les vecteurs champs magnétiques  $\vec{B}_1$  et  $\vec{B}_2$  respectivement dans  $b_1$  et dans  $b_2$  au point O. (1 pt)
- Le générateur de tension constante est remplacé par un générateur de basses fréquences délivrant une tension triangulaire. La courbe représentative du courant variable  $i(t)$ , dans le solénoïde  $b_1$  est donnée à la figure 2.

Les bornes A et B de  $b_2$  sont maintenant connectées sur les voies d'un oscilloscope, en remplacement du galvanomètre.



- Déterminer à partir de la figure 2 l'expression de l'intensité du courant dans le solénoïde  $b_1$  sur les intervalles  $[0 ; 20 \text{ ms}]$  et  $[20 \text{ ms} ; 40 \text{ ms}]$ . (1 pt)
- Etablir l'expression du champ magnétique  $B_1$  en fonction du temps sur chacun de ces intervalles. (1 pt)
- Le solénoïde  $b_2$  est formé de  $N_2 = 750$  spires de section  $S_2 = 125 \text{ cm}^2$ . Le vecteur normal  $\vec{n}$  est orienté comme indiqué sur la figure 1. Déterminer l'expression du flux  $\Phi_2$  dans  $b_2$  en fonction du temps sur chacun de ces intervalles. (1.5 pt)
- Déterminer la tension  $u_{AB}(t)$  aux bornes de l'oscilloscope sur chacun de ces intervalles et faire sa représentation graphique sur l'intervalle  $[0 ; 50 \text{ ms}]$  en précisant l'échelle choisie. (1 pt)

CONCOURS D'ENTRÉE À L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE LOMÉ (EPL)

Année 2022-2023

TYPE : LICENCE FONDAMENTALE  
TYPE : LICENCE PROFESSIONNELLE  
PARCOURS : GENIE LOGICIEL & SYSTÈMES RESEAUX INFORMATIQUES

Epreuve de Mathématiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

**Exercice (8 points)**

Dans un magasin d'électroménager, un client s'intéresse à un lave-linge et à un sèche-linge.

- La probabilité qu'il achète le lave-linge est de  $\frac{2}{5}$
  - La probabilité qu'il achète le sèche-linge s'il achète le lave-linge est de  $\frac{7}{10}$
  - La probabilité qu'il achète le sèche-linge s'il n'achète pas le lave-linge est de  $\frac{1}{10}$
- 1) On note L l'événement : « le client achète le lave-linge » et par S l'événement : « le client achète le sèche-linge »
- a) Construire un arbre de probabilité. (1,5 pt)
  - b) En déduire  $P(\bar{L})$  puis  $P(\bar{S}|\bar{L})$ . (1 pt)
  - c) Démontrer que la probabilité que le client n'achète ni le lave-linge, ni le sèche-linge est de  $\frac{9}{25}$ . (0,5 pt)
- 2) Calculer  $P(S)$  puis  $P(L|S)$ . (1,5 pt)
- 3) Le lave-linge coûte 400.000 FCFA et le sèche-linge coûte 300.000 F CFA. On introduit la variable aléatoire X qui, à chaque client, associe la dépense de ce client.
- a) Déterminer la loi de probabilité de X. (2 pts)
  - b) Calculer l'espérance mathématique de X. (1 pt)
  - c) Le service clientèle du magasin sait qu'il se présente en moyenne chaque semaine 25 acheteurs potentiels pour ces deux appareils électroménagers. Quel est le chiffre d'affaires hebdomadaire que le magasin peut-il espérer réaliser ? (0,5 pt)

### Problème (12 points)

A) On considère la fonction numérique de  $g$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $g(x) = 2x + \ln x$

1) a. Etudier les sens de variation de  $g$  puis dresser son tableau de variation. (0,5 pt)

b. En déduire que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ . Vérifier que  $0,4 < \alpha < 0,5$ . (0,5 pt)

2) Etudier les branches infinies de la courbe  $(C_g)$ . (0,75 pt)

3) a. Soit  $(D)$  la droite d'équation  $y = 2x$ .

Etudier la position de  $(C_g)$  et  $(D)$ . (0,5 pt)

b. Tracer dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique 2cm) la droite  $(D)$  et la courbe  $(C_g)$ . (0,5 pt)

4) Soit la fonction  $G$  dérivable sur  $]0 ; +\infty[$  et définie par  $G(x) = x(\ln x + x - 1)$

a. Calculer  $G'(x)$ . (0,5 pt)

b. En déduire l'ensemble des primitives de la fonction  $g$  (0,5 pt)

B) On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $f(x) = \sqrt{x} e^{-x}$ , on note  $(C_f)$  la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique 5cm)

1) a. Etudier la dérivabilité de  $f$  en 0. (0,5 pt)

b. Que peut-on conclure pour la courbe  $(C_f)$  ? (0,5 pt)

2) Etudier la limite de  $f$  en  $+\infty$ . (0,5 pt)

Que peut-on conclure pour la courbe  $(C_f)$  ? (0,5 pt)

3) a. Montrer que pour tout  $x > 0$ , on a  $f'(x) = \frac{1-2x}{2\sqrt{x}} e^{-x}$ . (0,5 pt)

b. Etudier les sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau de variation. (0,75 pt)

4) Tracer soigneusement la courbe  $(C_f)$  dans un autre repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ . (0,5 pt)

C-1) Montrer que sur  $]0 ; +\infty[$  les équations  $f(x) = x$  et  $g(x) = 0$  sont équivalentes.

(0,5 pt)

2) Montrer que pour tout  $x \in [0,4; 0,5]$  on a :  $f(x) \in [0,4; 0,5]$ . (0,5 pt)

3) a. Montrer que pour tout  $x > 0$ , on a  $|f'(x)| = \frac{2x-1}{2x} |f(x)|$ . (0,5 pt)

b. En déduire que pour tout  $x \in [0,4; 0,5]$ , on a  $|f'(x)| \leq \frac{1}{8}$  et que  $|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{8} |x - \alpha|$ . (1 pt)

4) On définit la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  d'éléments de  $[0,4; 0,5]$  par  $\begin{cases} U_0 \in [0,4; 0,5] \\ \forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{8} |U_n - \alpha|$ . En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$|U_n - \alpha| \leq 0,1 \left(\frac{1}{8}\right)^n.$$

(1 pt)

b. Déterminer la limite de la suite  $(U_n)$ .

(0,5 pt)

c. Déterminer le plus petit entier naturel  $P$  tel que  $U_P$  soit une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-4}$  près. (0,5 pt)

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

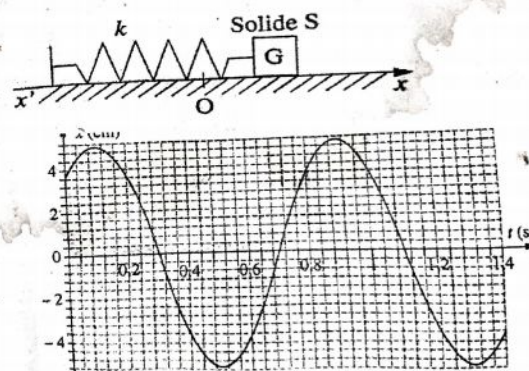
Année 2022-2023

TYPE: LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCE DE L'INGENIEUR  
PARCOURS: INTELLIGENCE ARTIFICIEL ET BIG DATA (IA & BIG DATA)

Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

**Exercice 1 : Ressort (10 points)**

Un ressort, de masse négligeable, à spires non jointives, de raideur  $k$ , est fixé à l'une de ses extrémités. On accroche un solide de masse  $m$  à l'autre extrémité. Le solide  $S$  peut se déplacer sans frottement selon la direction  $x'x$  (figure ci-dessus). Lorsque  $S$  est en équilibre, la projection sur  $x'x$  de son centre d'inertie  $G$  coïncide avec l'origine  $O$  des abscisses. L'étude du mouvement est effectuée à l'aide d'un ordinateur muni d'un capteur et d'une interface appropriée. Le logiciel permet d'afficher la variation de l'abscisse  $x(t)$  du centre d'inertie  $G$  du solide  $S$  (Document 1).



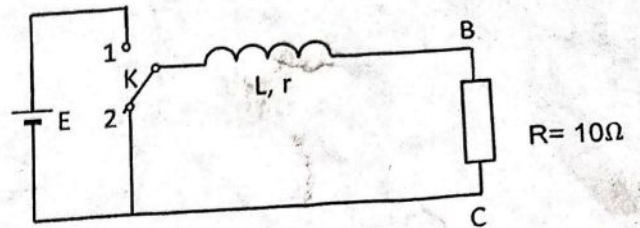
Document 1

1. Etablir par le théorème du centre d'inertie l'équation différentielle du mouvement de  $S$ . Quelle est la nature du mouvement de  $S$  ? (1,5 pt)
2. Déduire de la courbe de  $x(t)$ , les valeurs de:  $T_0$ ,  $\omega_0$ ,  $X_m$ ,  $x_0$  et  $\varphi$  puis donner l'équation horaire du mouvement de  $S$ , si elle est de la forme :  $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$ . (2,5 pts)
3. A l'instant initial  $t = 0$  s de début de l'enregistrement, quels sont la valeur de la vitesse algébrique initiale  $v_0$  de  $S$  et le sens de déplacement de  $S$  ? (1 pt)
4. a) Donner l'expression de l'énergie mécanique  $E$  de  $S$  à l'instant  $t$  en fonction de  $k$ ,  $m$ ,  $x$  et  $\dot{x}$ . (1 pt)  
b) Montrer que cette énergie mécanique  $E$  est constante. Exprimer sa valeur en fonction de  $m$ ,  $\omega_0$  et  $X_m$  puis en fonction de  $k$  et  $X_m$ . (1,5 pt)  
c) Calculer les abscisses des positions du centre d'inertie  $G$  de  $S$  pour lesquelles l'énergie cinétique et l'énergie potentielles sont égales. (1,5 pt)  
d) Sachant que l'énergie potentielle élastique de  $S$  est égale à  $E_{pe} = 2,56 \cdot 10^{-3}$  J quand le solide  $S$  est à sa position initiale  $x_0$ , en déduire la constante de raideur  $k$  du ressort puis la masse du solide  $S$ . (1pt)

### Exercice 2 : Auto-induction (6,5 points)

Un solénoïde de longueur  $\ell = 50$  cm et de diamètre  $d = 8$  cm est considéré comme infiniment long. Il comporte  $n = 2000$  spires par mètre.

- Donner les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde quand ses spires sont parcourues par un courant continu. (1 pt)
- Calculer l'auto-inductance  $L$  de ce solénoïde. (1 pt)
- On réalise avec ce solénoïde le montage ci-contre. La résistance interne du générateur est négligeable.

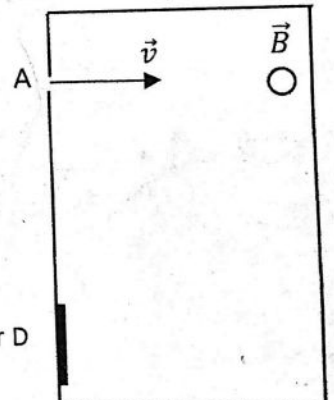


- L'interrupteur K est dans la position 1. Quelle est, en régime permanent, l'expression de l'intensité  $i_0$  du courant dans le circuit ? (1 pt)
- En un temps très bref et à l'instant  $t = 0$ , l'interrupteur K passe de la position 1 à la position 2. Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité  $i$  dans le circuit. Vérifier que la solution de cette équation est de la forme  $i = I_0 \cdot e^{-t/a}$ ,  $a$  étant une constante qu'on exprimera en fonction de  $L$ ,  $r$  et  $R$ . (1,5 pt)
- Soient  $U_R$  la tension aux bornes du dipôle (BC),  $t_1$  le temps au bout duquel  $U_R$  atteint 90% de sa valeur maximale,  $t_2$  le temps au bout duquel  $U_R$  atteint 10% de sa valeur maximale. Exprimer  $\Delta t = t_2 - t_1$  en fonction de  $a$ . Sachant que  $\Delta t = 1,53 \cdot 10^{-3}$  s, déterminer la valeur de la résistance  $r$  de la bobine. (2 pts)

On donne :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  SI.

### Exercice 3 : Mouvements d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme (3,5 points)

On considère les ions de deux isotopes  $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$  et  $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$  du mercure. Ils pénètrent en A, avec une vitesse  $v = 7,5 \cdot 10^4$  m/s dans une capsule où règne un champ magnétique uniforme (perpendiculaire au plan de la feuille) de valeur  $B = 0,5$  T.



- Quel sera l'effet du champ magnétique sur les ions, si leur vitesse initiale est nulle ? Justifier. (0,5 pt)
- Indiquer le sens du champ magnétique pour que les ions soient déviés vers le détecteur D. (0,5 pt)
- Montrer que dans cette capsule les ions ont un mouvement uniforme. (0,5 pt)
- Exprimer les rayons  $R$  de la trajectoire de deux isotopes en fonction de  $m$ ,  $e$ ,  $v$  et  $B$ . Faire l'application numérique. (1 pt)
- Déterminer lequel de ces deux ions va être le plus dévié ? Justifier. A quoi sert ce dispositif ? (1 pt)

On rappelle que la masse d'un nucléide  $^A_ZX$  vaut  $m = A \cdot u$  avec  $1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$  kg ;  
 charge élémentaire  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

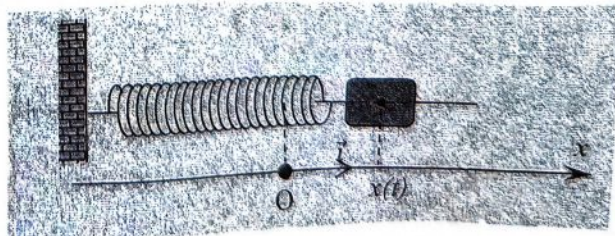
Année 2023

TYPE: LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCE DE L'INGENIEUR  
PARCOURS: INTELLIGENCE ARTIFICIEL ET BIG DATA (IA & BIG DATA)

Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

Exercice 1 (10 points)

1. Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, a une constante de raideur  $k$ . On suspend successivement à l'extrémité du ressort (vertical) un objet de masse  $m_1 = 100g$ , puis un autre de masse  $m_2 = 50g$ . Le ressort prend alors respectivement les longueurs  $\ell_1 = 35cm$  puis  $\ell_2 = 30cm$ .
  - 1.1. Calculer la valeur de la constante de raideur  $k$  du ressort et sa longueur à vide  $\ell_0$ . (2 pts)
  - 1.2. Pour vérifier la valeur de la constante de raideur  $k$ , un cosmonaute se pose sur la lune, en une région où le champ de pesanteur vaut  $g_\ell = 1,65 N/kg$  et il accroche au ressort un solide de masse  $m = 500g$ . Le ressort s'allonge de  $8,25cm$ . Déterminer la valeur de la constante de raideur  $k$  et vérifier s'il y a accord avec celle calculée précédemment. (1 pt)
2. Un solide  $S$  de masse  $m = 0,1 kg$  est attaché à l'extrémité d'un ressort de raideur  $k = 10 N/m$  dont l'autre extrémité est fixe, peut coulisser sans frottement le long d'une tige horizontale ( $\Delta$ ) (voir figure). On l'écarte d'une distance  $a = 5cm$  par rapport à sa position d'équilibre stable, et on l'abandonne sans vitesse initiale à la date  $t = 0$ .
  - 2.1. Faire le bilan des forces en présence lorsque le solide oscille et établir l'équation différentielle du mouvement. (1 pt)
  - 2.2. Donner l'équation horaire du mouvement du solide  $S$  et la période du mouvement. (2 pts)Ecarté de la même manière que précédemment, on lui communique une vitesse initiale  $v_0 = 2m/s$  dirigée vers la position d'équilibre à la date  $t = 0$ .
  - 2.3. Donner la nouvelle équation horaire du mouvement et calculer la période. (2 pts)
  - 2.4. Cette période sera-t-elle la même sur la lune ou plus petite ? Justifier. (1 pt)
  - 2.5. A quelle date et avec quelle énergie cinétique le solide  $S$  passe-t-il pour la première fois par sa position d'équilibre. (1 pt)



### Exercice 2 (10 points)

Une centrale nucléaire est une installation destinée à la production d'énergie électrique à base de combustible nucléaire. On utilise souvent l'uranium 235 dit fissile, car il est capable de fissionner facilement sous l'action d'un neutron selon l'équation :  ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{148}_{57}\text{La} + {}^{85}_{35}\text{Br} + 3{}^1_0\text{n}$  (1)

1) a) Qu'est-ce qu'un radionucléide ? un noyau fissile ? (1 pt)

b) Quel combustible utilise-t-on dans une centrale nucléaire ? Est-ce une source d'énergie renouvelable ? (1 pt)

c) L'énergie électrique utilisée au Togo provient essentiellement des centrales hydroélectriques : est-elle une source d'énergie renouvelable ? (2 pts)

2) Que représentent 235 et 92 dans le symbole  ${}^{235}_{92}\text{U}$  de l'uranium ? (1 pt)

3) Le noyau d'uranium est radioactif. L'équation de cette transformation est :  ${}^{235}_{92}\text{U} \rightarrow {}^A_Z\text{Th} + {}^4_2\text{He} + \gamma$ . (2)

a) Quel est le type de désintégration ? En précisant les règles utilisées calculer A et Z. (2 pts)

b) Donner la nature (réaction provoquée/ spontanée) des réactions (1) et (2). (2 pts)

CONCOURS D'ENTRÉE À L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE LOMÉ (EPL)

Année 2023

TYPE : LICENCE FONDAMENTALE  
TYPE : LICENCE PROFESSIONNELLE  
PARCOURS : GENIE LOGICIEL & SYSTÈMES RESEAUX INFORMATIQUES

Epreuve de Mathématiques (Durée : 2 heures ; Coef.)

**Exercice (4 points)**

Une caisse contient quatre tickets sur lesquels sont inscrits les nombres 219, 291, 292, 338. Les tickets sont indiscernables au toucher.

Une expérience consiste à tirer successivement au hasard et sans remise deux tickets de la caisse. On désigne par  $m$  le nombre inscrit sur le ticket à l'issue du premier tirage et  $n$  celui obtenu à l'issue du second tirage. Soit  $\Omega$ , l'univers associé à cette expérience.

1) On définit sur  $\wp(\Omega)$ , les événements suivants :

$E$  : «  $m$  et  $n$  sont des nombres premiers entre eux ».

$F$  : «  $m$  et  $n$  sont formés de chiffres identiques ».

Calculer la probabilité de  $E$  et celle de  $F$ . (1pt)

2) À chaque résultat  $(m, n)$ , on associe l'équation  $(\mathcal{H}) : (x, y) \in \mathbb{R}^2 ; mx + ny = -12$ . (1 pt)

a) Calculer la probabilité de l'événement :  $G$  « l'équation  $(\mathcal{H})$  admet des solutions ». (1 pt)

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  l'équation  $(\mathcal{H})$  sachant que  $m$  et  $n$  sont formés de chiffres identiques et  $n < m$ . (1 pt)

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  l'équation  $(\mathcal{H})$  sachant  $m=338$  et  $n=292$ .

**Exercice 2 (4 pts)**

Soit  $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$  et  $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$ .

1) Calculer  $\|\vec{u}\|$  et  $\|\vec{v}\|$ . (si  $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$  alors  $\|\vec{u}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ) (1 pt)

2) Calculer de deux manières différentes  $\vec{u} \wedge \vec{v}$ . (1 pt)

3) Exprimer  $\cos 4x$  et  $\sin 4x$  en fonction de  $\cos 2x$  et  $\sin 2x$ . (1 pt)

4) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E_1) : \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  et  $(E_2) : \sin x = \sin \frac{\pi}{3}$ . (1 pt)

**Problème (12 points)**

A/ Soit  $(U_n), n \in \mathbb{N}$ , une suite définie par son premier terme  $U_0$  et par la relation de récurrence

$$U_{n+1} = U_n^2 + U_n$$

1) a) Démontrer que  $(U_n)$  est une suite croissante. (0,5pt)

b) Démontrer que si  $(U_n)$  est convergente alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ . (0,5pt)

2) Démontrer que si  $U_0^2 + U_0 > 0$  alors la suite  $(U_n)$  diverge. (0,5pt)

3) Démontrer par récurrence que si  $U_0^2 + U_0 < 0$  alors pour tout entier naturel  $n$ ,

$$-1 < U_n < 0.$$

Conclure sur la convergence de la suite  $(U_n)$ . (1 pt)

(0,5pt)

B/ le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ . Soit  $F$  l'application du plan dans lui-même, qui, à tout point  $M$ , associe le point  $M'$  d'affixe  $z' = z^2 + z$ .

1) Déterminer l'ensemble des points invariants par  $F$ , puis l'ensemble des points invariants par  $F \circ F$ . (1pt)

2) Soient  $A$ ,  $B$  et  $I$  les points d'affixes respectives  $i$ ,  $-1-i$  et  $-\frac{1}{2}$ . (0,5pt)

a) Déterminer  $F(A)$  et  $F(B)$ .

b) Soit  $M_0$  un point du plan. Démontrer que :  $F(M) = F(M_0)$  si et seulement si  $M = M_0$  ou  $M = S(M_0)$  où  $S$  est une transformation simple du plan que l'on précisera. (1pt)

C/ Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  (pour les figures, prendre  $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 4\text{cm}$ ).

1) Soit  $\mathcal{H}$  l'ensemble des points du plan dont les coordonnées  $x$  et  $y$  vérifient  $x^2 - y^2 + x + 1 = 0$  et  $\wp$  l'ensemble des points du plan dont les coordonnées vérifient  $y^2 + x = 0$ . Donner la nature des coniques  $\mathcal{H}$  et  $\wp$  et préciser les éléments caractéristiques et les asymptotes éventuelles. (2,5pts)

2) Représenter ces coniques sur une même figure. (On admettra qu'elles sont tangentes au point d'abscisse  $x = -1$ ). (1,5pt)

3) Soient  $\mathcal{H}_1$  et  $\wp_1$  les ensembles des points du plan dont les coordonnées vérifient :

$$\mathcal{H}_1 \begin{cases} -1 < x < 0 \\ \text{et} \\ x^2 - y^2 + x + 1 > 0. \end{cases} \quad \text{et} \quad \wp_1 \begin{cases} -1 < x < 0 \\ \text{et} \\ y^2 + x < 0. \end{cases}$$

a) Hachurer  $\mathcal{H}_1$  et  $\wp_1$  sur la figure précédente. (On ne cherchera pas à le justifier par calcul. (0,5 pt)

b) Démontrer que  $\wp_1$  est inclus dans  $\mathcal{H}_1$  puis que  $\wp_1$  est inclus dans  $D(K, 1)$ , ensemble des points  $M$  tels que  $KM < 1$ ,  $K$  étant le point d'affixe  $-1$ . (1pt)

c) Démontrer que si  $M$  appartient à  $\mathcal{H}_1$  alors  $F(M)$  appartient à  $\wp_1$ . (0,5pt)

4) Soit  $M_0$  un point de  $\mathcal{H}_1$ . On définit la suite de points  $(M_n), n \in \mathbb{N}$  par : pour tout point  $n$  de  $\mathbb{N}$ ,  $M_{n+1} = F(M_n)$ . (0,5pt)

En utilisant 2.b et 2.c, montrer que la suite  $(|z_n|), n \in \mathbb{N}$  converge,  $z_n$  étant l'affixe de  $M_n$ .

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

Année 2022-2023

TYPE : LICENCE PROFESSIONNELLE  
PARCOURS : GENIE CIVIL, GENIE ELECTRIQUE & GENIE MECANIQUE

Epreuve de Mathématiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

Exercice 1 : (04 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ . On prendra pour unité graphique 1 cm

1- Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $x^2 + 3(1 - 2i)x^2 + (-21 + 4i)x + 3(3 + 14i) = 0$  sachant qu'elle admet une solution réelle. (1,5 pts)

2- On désigne par  $A$  et  $B$  les points d'affixes respectives  $-5 + 4i$  et  $-3 + 2i$ .

a/ Déterminer l'affixe du point  $I$  pour que le triangle direct  $IHA$  soit rectangle isocèle en  $I$ . (0,75 pt)

b/ Calculer l'affixe du point  $C$  image de  $I$  par l'homothétie de centre  $A$  et de rapport 2. (0,5 pt)

c/ Soit  $D$  le point du plan tel que  $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$ . Déterminer l'affixe de  $D$ . (0,5 pt)

d/ Montrer que  $ABCD$  est un carré.

3- Déterminer et construire l'ensemble  $(E_1)$  des points  $M$  du plan tels que : (0,75 pt)

$$\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{1}{2} \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$$

Exercice 2 : (04 points)

On considère l'équation différentielle (E):  $y'' + 9y = 0$

1- Résoudre (E). (1 pt)

2- Déterminer la solution  $f$  de (E) telle que la représentation graphique de  $f$  dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  passe par le point  $M(\pi, 1)$  et admet en ce point une tangente de coefficient directeur 3. (1,5 pt)

3- En utilisant la technique d'intégration par parties, donner la valeur exacte de  $K = \int_0^{\pi} x(\cos 3x + \sin 3x) dx$ . (1,5 pt)

Exercice 3 : (12 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]-3, +\infty[$  par  $f(x) = x + 1 - \ln(x + 3)$ .

On appelle (C) la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1-a/ Déterminer les limites de  $f$  en  $-3$  et en  $+\infty$ . (1 pt)

b/ Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  de  $]-3, +\infty[$ . (0,5 pt)

- c/ Etudier le sens de variation de  $f$  puis dresser son tableau de variation. (1,5 pt)
- d/ Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1. (1 pt)
- 2- Démontrer que l'équation  $f(x) = 1$  admet une unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle  $]1, 2[$ .  
Donner un encadrement à  $10^{-2}$  près de  $\alpha$ . (1 pt)
- 3-a/ Etudier le sens de variation de  $f'$  sur  $] -3, +\infty [$ .  
En déduire que, pour tout réel  $t$  de  $[-2; -1]$ ,  $0 \leq f'(t) \leq \frac{1}{2}$ . (2 pts)
- b/ En appliquant l'inégalité des accroissements finis sur  $[-2; x]$  où  $x \in ]-2; -1]$ , établir que  
 $-1 \leq f(x) \leq \frac{1}{2}x$ . (1 pt)
- 4- Construire la courbe (C) et la tangente (T). (Unité graphique 1 cm). (1,5 pt)
- 5- Soit  $G$  la fonction définie sur  $] -3, +\infty [$  par  $G(x) = (x + 3) \ln(x + 3) - x$ . (1,5 pt)
- a/ Calculer  $G'(x)$ ; en déduire une primitive  $F$  de  $f$  sur  $] -3, +\infty [$ .
- b/ Calculer en  $\text{cm}^2$ , l'aire de la partie du plan, ensemble des points  $M(x, y)$  tels que  
 $-2 \leq x \leq -1$  et  $f(x) \leq y \leq \frac{1}{2}x$ . (1 pt)

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

Année 2022-2023

TYPE: LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCE DE L'INGENIEUR  
PARCOURS: GENIE ELECTRIQUE (GE)

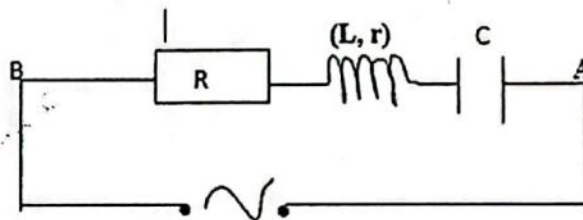
Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

**Exercice 1: Circuit R, L, C série (10 points)**

Un dipôle AB comprend trois éléments montés en série :

- Un condensateur de capacité C ;
- Une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$  ;
- Un conducteur ohmique de résistance  $R$ .

Un générateur impose entre A et B une tension alternative sinusoïdale de fréquence  $N$  de valeur efficace  $U$ , de valeur instantanée :  $\mu(t) = U\sqrt{2} \cos \omega t$



1. Etablir l'équation différentielle du circuit en fonction de  $\mu$ ,  $R$ ,  $r$ ,  $L$  et  $i$ . (1,5pt)
2. a) Donner l'expression du déphasage  $\varphi$  de  $i$  par rapport à  $\mu$  et le calculer. (1,5pt)  
Données numériques :  $U = 50,0V$  ;  $N = 50Hz$  ;  $L = 1,0 H$  ;  $r = 10,0\Omega$  ;  $R = 3,0.10^2 \Omega$  ;  $c = 5,0.10^{-6} F$ .  
b) Calculer l'impédance  $Z$  du dipôle AB. (1,5pt)  
c) Calculer la valeur de l'intensité efficace  $I$ . En déduire l'expression de  $i(t)$ .  
On pose  $i(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ . (1,5pt)
3. a) Calculer la tension efficace  $U_2$  aux bornes de la bobine. (1,5pt)  
b) Quel est le déphasage  $\varphi_2$  de la tension instantanée  $\mu_2(t) = U_2\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_2)$  où  $\varphi_2 = \varphi + \phi$  et  $\tan \phi = \frac{L\omega}{r}$  aux bornes de la bobine par rapport à l'intensité  $i$ . En déduire l'expression de  $\mu_2(t)$ . (1,5pt)
4. On veut observer  $i(t)$  et  $\mu(t)$  à l'oscilloscope électronique. Quels sont les branchements à effectuer ? (1pt)

## Exercice 2: Auto-induction (10 points)

On dispose d'un générateur de signaux basses fréquences délivrant une tension alternative symétrique. On associe ce générateur G en série avec une bobine d'inductance  $L$ , de résistance négligeable, et un conducteur ohmique de résistance  $R = 2000 \Omega$ . (figure 1). On relie la masse d'oscilloscope bicourbe au point M, la voie A au point A, la voie B au point B.

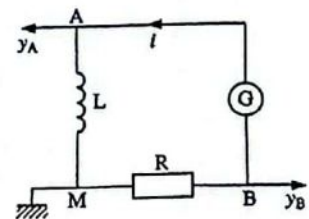


Figure 1

1. a) Quelle est la grandeur électrique observée sur la voie A ? Quelle est celle observée sur la voie B ? (1 pt)

- b) Reproduire sur votre copie le schéma électrique du circuit et représenter les deux grandeurs électriques précédentes. (1 pt)

- c) Les réglages de l'oscilloscope sont les suivantes :

Sensibilité verticale voie A : 200 mV/division.

Sensibilité verticale voie B : 5 V/division.

Durée de balayage horizontal : 1 ms/division.

Après avoir réglé les niveaux zéros des deux voies (figure 2 ci-contre), les oscillogrammes obtenus sont représentés dans la figure ci-après (figure 3 ci-après). Quelle est la fréquence de la tension délivrée par le générateur ? (1 pt)

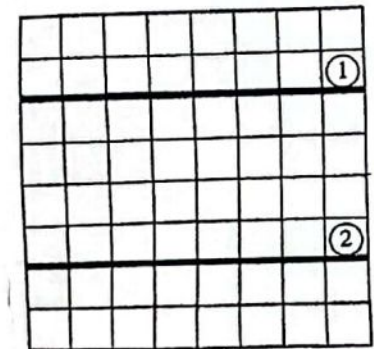


Figure 2

2. a) Nommer et définir le phénomène mis en évidence dans cette expérience. (0,5 pt)

- b) Ecrire la relation entre la tension  $u_{AM}$  aux bornes de la bobine, son inductance  $L$  et l'intensité  $i$  circulant dans le circuit. (1 pt)

- c) Etablir la relation  $u_{AM} = -\frac{L}{R} \frac{du_{BM}}{dt}$  où  $u_{AM}$  et  $u_{BM}$  sont respectivement les tensions aux bornes de la bobine et du conducteur ohmique. (1 pt)

- d) Des deux oscillogrammes notés ① et ② de la figure 3, retrouver celui correspondant à la voie A et celui correspondant à la voie B. (1 pt)

3. En utilisant les réglages de l'oscilloscope :

- a) Déterminer les valeurs extrêmes de la tension  $u_{AM}$  aux bornes de la bobine. (1 pt)

- b) A partir de la première demi-période des oscillogrammes de la figure 3, calculer  $\frac{du_{BM}}{dt}$ . (1 pt)

4. a) A partir des questions 2 et 3, calculer la valeur numérique du rapport :  $\tau = \frac{L}{R}$ . (0,75 pt)

- b) En déduire la valeur de l'inductance  $L$ . (0,75 pt)

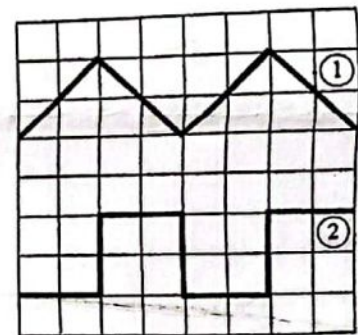


Figure 3

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

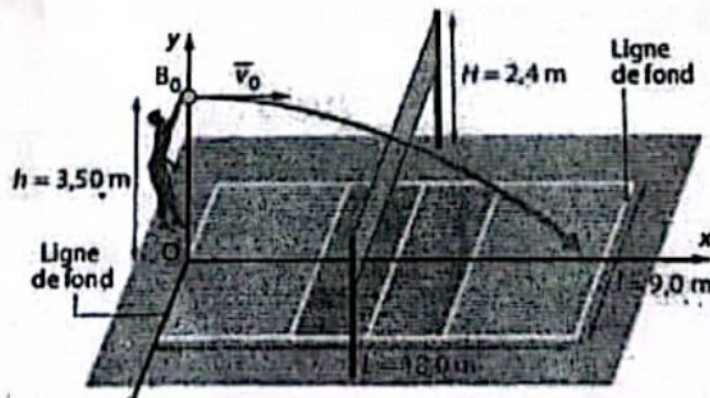
Année 2023

TYPE: LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCE DE L'INGENIEUR  
PARCOURS: GENIE CIVIL (GC)

Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

**Exercice 1 (10 points)**

Au volley-ball, le service smashé est le type de service le plus fréquemment pratiqué par les joueurs professionnels : le serveur doit se placer après la limite du terrain, lancer très haut son ballon, effectuer une course d'élan, puis sauter pour le frapper. Après la course d'élan, le serveur saute de façon à frapper le ballon en une position  $B_0$  située à la hauteur  $h$  au-dessus de la ligne de fond de terrain.



Le mouvement du ballon est étudié dans un référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère  $(O, x, y, z)$ , et l'instant de frappe est choisi comme origine des temps. On étudie le mouvement du centre de masse du ballon et on néglige la résistance de l'air.

Le service est effectué depuis la position  $B_0$  à la vitesse  $V_0 = 21 \text{ m.s}^{-1}$ . Le service est considéré comme valide lorsque le ballon franchit le filet sans le toucher et qu'il retombe dans le terrain adverse.

- 1- Exprimer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse du ballon après la frappe. (1,5 p)
- 2- Etablir les équations horaires du mouvement du centre de masse du ballon. (1,5pt)
- 3- Montrer que le mouvement du centre de masse du ballon est un plan et déduire l'équation de la trajectoire. (1,5 pt)

- 4- En admettant que le ballon franchisse le filet, vérifier qu'il touche le sol avant la ligne de fond. (1,5 pt)
- 5- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, exprimer puis calculer la valeur de la vitesse  $V_s$  du centre de masse de ballon lorsqu'il touche le sol. (2 pts)
- 6- En réalité, la valeur  $V_s$  de la vitesse avec laquelle le ballon atteint le sol est plus faible que celle déterminée à la question précédente. Proposer une explication. (2 pts)

### Exercice 2 (10 points)

En 1934, Irène et Frédéric Joliot-Curie découvrirent la radioactivité artificielle. Ils produisirent du phosphore 30 radioactif par bombardement d'une cible contenant de l'aluminium 27 stable avec des particules  $\alpha$ . Ces particules provenaient d'une source de radium contenant majoritairement l'isotope 226.

#### 1- Découverte de la radioactivité artificielle.

- a- Définir une particule  $\alpha$  et donner son symbole. (1 pt)
- b- Ecrire la réaction de désintégration radioactive du radium. (1 pt)
- c- Le phosphore 30 est radioactif  $\beta^+$ . Ecrire l'équation de sa désintégration. (1 pt)
- d- Calculer le nombre  $N(t)$  de noyaux radioactifs restant dans un échantillon de phosphore 30 contenant initialement  $N_0 = 1000$  noyaux radioactifs au bout de 13 minutes. (2 pts)

#### 2- Utilisation du technécium 99 en médecine nucléaire

Le technécium 99 est utile en médecine nucléaire, car il s'associe à de nombreuses

molécules. Sa demi-vie courte permet de réduire l'irradiation du patient. On injecte à un patient une dose dont l'activité en technécium 99 est  $A_0 = 400$  MBq. La courbe représentant l'activité de cet échantillon en fonction du temps est donnée

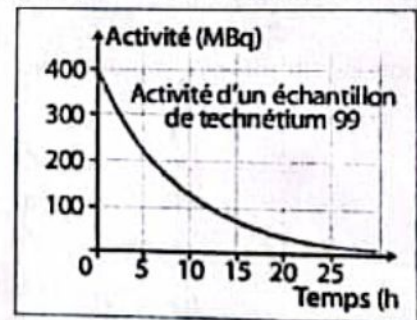
ci-contre.

- a- Donner la définition de la demi-vie et déterminer celle du technécium 99. (1 pt)

- b- L'activité est considérée négligeable au bout de  $t = 20 t_{1/2}$ .

Calculer sa valeur. (1,5 pt)

- c- Un patient reçoit une injection un lundi à 15h00. L'examen finit à 18h30. Calculer l'activité due au technécium 99 encore présent dans le corps du patient à la fin de l'examen, puis déterminer à quelle date (jour et heure) l'activité sera négligeable dans son organisme. (2,5 pts)



Données:

Radon Rn ( $Z = 86$ ) ; Francium Fr ( $Z = 87$ ) ; Radium Ra ( $Z = 88$ ) ; Actinium Ac ( $Z = 89$ ) ;

Thorium Th ( $Z = 90$ ) ; Aluminium Al ( $Z = 13$ ) ; Silicium Si ( $Z = 14$ ) ; Phosphore P ( $Z = 15$ )

Le Phosphore 30 se désintègre en donnant un noyau de silicium 30 et sa demi-vie est de 3 minutes 15 secondes.

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

Année 2023

TYPE: LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCE DE L'INGENIEUR  
PARCOURS: GENIE MECANIQUE (GM)

Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

**Exercice 1 (3 points)**

Un corps de masse  $m = 240 \text{ g}$  est accroché à un dynamomètre à ressort.  
L'allongement du ressort est  $4 \text{ cm}$  lorsque le corps est dans l'air. Prendre  $g = 10 \text{ N/kg}$ .

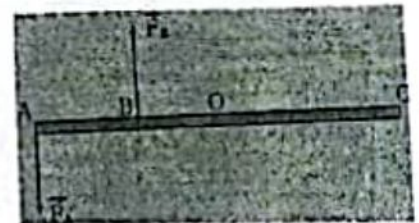
- 1) a-Calculer le poids du corps. (0,25 pt)  
b-Que représente l'indication donnée par le dynamomètre. Quelle est sa valeur ? (0,5 pt)  
c-Déduire la valeur de la constante de raideur  $k$  du ressort. (0,25 pt)
- 2) Lorsqu'on plonge le corps entièrement dans un liquide contenu dans un vase gradué, l'allongement du ressort devient  $3,8 \text{ cm}$  et le niveau du liquide monte de  $20 \text{ cm}^3$ .  
a-Calculer la masse volumique du corps. (0,5 pt)  
b- Calculer la tension du ressort quand le corps est dans le liquide. Quelle est dans ce cas l'indication du dynamomètre ? Que représente cette indication ? (0,5 pt)  
c-Déduire la valeur de la force de poussée exercée par le liquide sur le corps. (0,5pt)  
d- Calculer la masse volumique  $\rho_L$  du liquide. (0,5pt)

**Exercice 2 (2 points)**

Une barre est mobile autour d'un axe ( $\Delta$ ) passant par son centre de gravité  $O$ . On applique à la barre les forces  $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_B$  représentées sur la figure ci-contre.

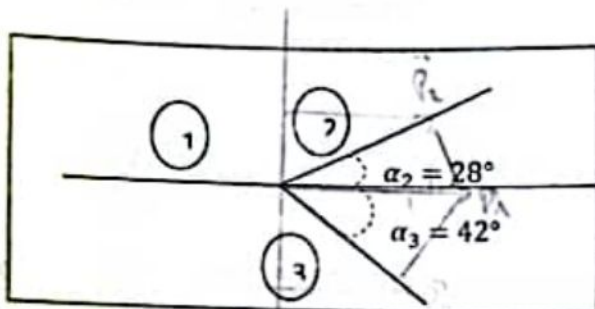
$F_A = 20 \text{ N}$  ;  $F_B = 30 \text{ N}$  ;  $AC = 80 \text{ cm}$  ;  $AB = 25 \text{ cm}$ .

- 1) Calculer le moment de  $\vec{F}_A$  et celui de  $\vec{F}_B$  par rapport à  $O$ . La barre est-elle en équilibre ? Justifier la réponse. (1 pt)
- 2) Sinon, dans quel sens la barre tourne-t-elle ? On donnera le sens par rapport à celui des aiguilles d'une montre. Quels sont dans ce cas, la direction, le sens et l'intensité de la force  $\vec{F}_C$  qu'il faut appliquer à la barre en  $C$  pour maintenir en équilibre horizontal? (1 pt)



**Exercice 3 : Particules de grande énergie (10 points)**

Un proton incident de quantité de mouvement  $p_1 = 2085 \text{ MeV/c}$  interagit avec un proton cible, dans une chambre à bulles. On observe après le choc deux trajectoires de particules chargées positives de même charge que le proton. Ces deux trajectoires et la trajectoire du proton incident sont situées dans un même plan parallèle au plan d'observation. Les rayons des trajectoires sont :  $R_1 = 430 \text{ cm}$  ;  $R_2 = 160 \text{ cm}$  ;  $R_3 = 230 \text{ cm}$ . Les tangentes aux trajectoires sont représentées sur la figure.



- 1- Calculer  $P_2$  et  $P_3$  à partir de  $P_1$ . (2 pts)
- 2- Représenter les vectrices quantités de mouvement  $\vec{p}_1$ ,  $\vec{p}_2$  et  $\vec{p}_3$  (1000 MeV/c  $\rightarrow$  5 cm). (2 pts)
- 3- Montrer que la conservation de la quantité de mouvement n'est pas satisfaite sans l'hypothèse de l'apparition d'une autre particule dont on déterminera la quantité de mouvement  $P_4$ . Pourquoi ne laisse-t-elle pas la trace dans la chambre à bulles ? (2 pts)
- 4- Démontrer que l'énergie totale d'une particule relativiste est liée à la quantité de mouvement par la relation  $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$  (1 pt)
- 5- La meilleure conservation de l'énergie totale doit vous permettre de choisir l'évènement le plus probable entre les trois hypothèses.
  - a)  $p_1 + p_o \rightarrow p_2 + p_3 + \pi_4^0$
  - b)  $p_1 + p_o \rightarrow p_2 + \pi_3^+ + n_4$
  - c)  $p_1 + p_o \rightarrow \pi_2^+ + p_3 + n_4$

|                             | Proton | Neutron | $\pi^0$ | $\pi^+$ |
|-----------------------------|--------|---------|---------|---------|
| Masse (MeV/c <sup>2</sup> ) | 938    | 939     | 135     | 139     |

compléter le tableau suivant et choisir l'évènement le plus probable. (3 pts)

|                    | 1 | Cible | 2 | 3 | 4 | $\Delta E$ | Choix (oui/non) |
|--------------------|---|-------|---|---|---|------------|-----------------|
| Hyp (a)<br>E (MeV) |   |       |   |   |   |            |                 |
| Hyp (b)<br>E (MeV) |   |       |   |   |   |            |                 |
| Hyp (c)<br>E (MeV) |   |       |   |   |   |            |                 |

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

Année 2022-2023

TYPE : LICENCE PROFESSIONNELLE  
PARCOURS : GENIE CIVIL (GC)

Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )

**Exercice 1 : Identification de dipôles (10 Points)**

On considère trois dipôles : un résistor de résistance  $R$ , un condensateur de capacité de  $C$ , une bobine de résistance  $r$  et d'inductance  $L$ , enfermés dans trois boîtes différentes.

1. On branche successivement ces trois boîtes sur une alimentation continue délivrant une tension  $U_0 = 12 \text{ V}$ . On mesure l'intensité du courant (en régime permanent). On obtient pour

Boîte n° 1 :  $I_{01} = 0$ , Boîte n° 2 et Boîte n° 3 :  $I_{02} = I_{03} = I_0 = 240 \text{ mA}$

a) Laquelle des trois boîtes contient le condensateur ? Justifier la réponse. (1 pt)

2. Calculer la valeur de  $R$  et  $r$ . (1.5 pt)

On branche successivement ces trois boîtes sur une alimentation alternative délivrant une tension efficace  $U = 24 \text{ V}$  de fréquence  $f = 50 \text{ Hz}$ . On mesure l'intensité efficace du courant traversant chaque dipôle. On obtient :

Boîte n° 1 :  $I_1 = 75,4 \text{ mA}$  ; Boîte n° 2 :  $I_2 = 480 \text{ mA}$  ; Boîte n° 3 :  $I_3 = 406 \text{ mA}$ .

a) Calculer les impédances ( $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$ ) de chacune des boîtes. (1.5 pt)

b) Reproduire et compléter le tableau suivant en reliant par des flèches les impédances aux dipôles correspondants. (1.5 pt)

| Impédance | Flèche | Dipôle       |
|-----------|--------|--------------|
| $Z_1$     |        | Résistor     |
| $Z_2$     |        | Bobine       |
| $Z_3$     |        | Condensateur |

c) En déduire les valeurs de  $L$ , et  $C$ . (2 pts)

3. On monte ces trois dipôles ainsi identifiés en série. On alimente le circuit RLC ainsi obtenu en courant alternatif de tension efficace  $U = 24 \text{ V}$  de fréquence  $f$  variable.

a) Pour quelle fréquence  $f_p$ , intensité et tension seront-elles en phase ?

b) Quelle est alors l'intensité efficace  $I_p$  du courant ?

(1.5 pt)

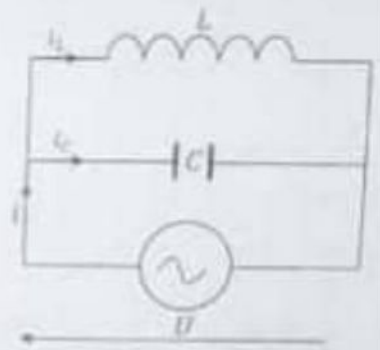
(1 pt)

## Exercice 2 : Etude d'un Circuit bouchon (10 Points)

Le montage représenté à la figure 1 comprend : une bobine de résistance interne négligeable et d'inductance  $L = 0,7 \text{ H}$  ; le condensateur est constitué de deux lames parallèles, distantes de  $d = 0,4 \text{ mm}$  dont l'aire en regard peut varier de :  $S_1 = 5 \text{ cm}^2$  à  $S_2 = 15 \text{ cm}^2$ .

On rappelle que la capacité d'un tel condensateur s'exprime par  $C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$  où la permittivité du vide est  $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ S.I}$  ; le générateur permet d'appliquer aux bornes de l'ensemble  $(L, C)$  parallèle une tension sinusoïdale de valeur efficace constante  $U = 10 \text{ V}$  mais de fréquence  $f$  réglable.

1. La capacité  $C$  du condensateur peut donc varier entre deux valeurs  $C_1$  et  $C_2$ . Calculer  $C_1$  et  $C_2$ . (1 pt)
2. Exprimer le courant efficace  $I$  en fonction de  $U, L, C$  et  $f$ . (1 pt)
3. Montrer que l'ensemble  $(L, C)$  parallèle est globalement capacitif que lorsque  $4\pi^2 f^2 LC < 1$ . (1 pt)
4. On désire "boucher" le circuit  $(L, C)$  (annuler le courant principale  $i$  sans déconnecter le générateur). On prendra dans la suite  $C_1 = 11 \text{ pF}$  et  $C_2 = 33 \text{ pF}$ .
  - a) Déterminer la bande de fréquences  $[f_2; f_1]$  du courant principale  $i$  pouvant être éliminé par le dispositif  $(L, C)$ . (1,5 pt)
  - b) Sur quelle valeur  $C_0$  doit-on régler le condensateur pour annuler le courant  $i_0$  dont la fréquence est  $f_0 = 40 \text{ KHz}$ ? (1,5 pt)
5. En réalité la résistance interne de la bobine est  $r = 0,3 \Omega$ .
  - a) Calculer alors les valeurs complexes des courants  $\underline{I}_L, \underline{I}_C$  et  $\underline{I}_0$  dans les branches lorsque  $i_0$  est affaibli (pour  $f_0 = 40 \text{ KHz}$  et  $C_0 = 22,6 \text{ pF}$ ). (3 pts)
  - b) Pourquoi dit-on que le dispositif est un amplificateur sélectif de courant? (0,5 pt)
  - c) On supprime le générateur ; le circuit va-t-il osciller indéfiniment ? justifier. (0,5 pt)



(figure 1)

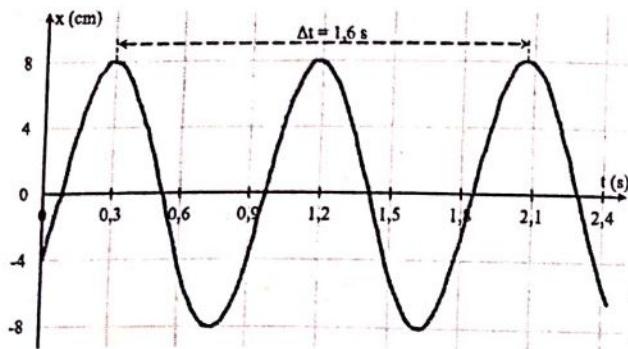


Figure 2

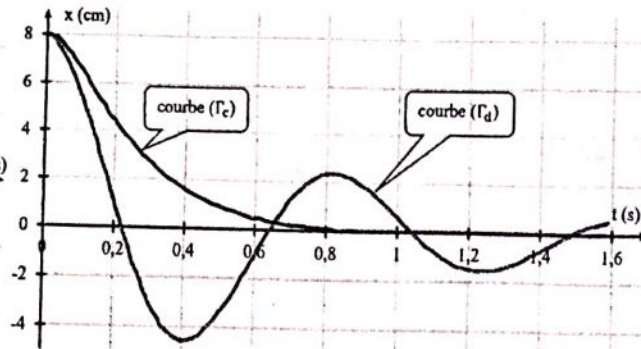


Figure 3

- a) Préciser, en le justifiant, si les oscillations sont libres amorties, libres non amorties ou bien forcées. (1 pt)
- b) Montrer que l'équation différentielle qui régit les oscillations de G s'écrit :  $\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0 x(t) = 0$  avec  $\omega_0$  une constante que l'on exprimera en fonction de k et m. (1,5 pt)
2. La solution de l'équation différentielle précédente est de la forme :  $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ .
  - a) En exploitant la courbe de la Figure 3, déterminer la valeur  $X_m$  de l'amplitude des oscillations de G, la valeur  $T_0$  de la période propre et la valeur  $\varphi$  de la phase initiale du mouvement de (S). (1,5 pt)
  - b) Déduire la valeur de k. On prendra  $\pi^2 = 10$ . (1 pt)
3. a) Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système {(S), (R)} en fonction de k, m, x et V. (1 pt)
- b) Montrer que l'énergie mécanique E de ce système est constante puis calculer sa valeur. (1 pt)
- c) Déterminer la valeur de  $V_0$ . (1 pt)
4. A l'aide d'un dispositif approprié, on soumet le solide (S) à des frottements visqueux équivalents à une force  $\vec{f} = -h\vec{v}$  où h est le coefficient de frottement. On écarte (S) de sa position d'équilibre jusqu'au point d'abscisse  $X_m$  puis on l'abandonne, à  $t = 0$  s, sans vitesse initiale. Les deux courbes ( $\Gamma_c$ ) et ( $\Gamma_d$ ) de la Figure 3 représentent l'évolution au cours du temps de l'élongation x de G pour deux valeurs du coefficient de frottement  $h_1$  et  $h_2$  telles que  $h_1 < h_2$ .
  - a) Nommer le régime d'oscillation correspondant à chacune des courbes ( $\Gamma_c$ ) et ( $\Gamma_d$ ). (1 pt)
  - b) Préciser lequel des coefficients  $h_1$  et  $h_2$  correspond à la courbe ( $\Gamma_d$ ) de la Figure 4. Justifier. (1 pt)

### Exercice 2 : Circuit RLC série (10 points)

Un circuit RLC est alimenté par une tension sinusoïdale u de valeur efficace  $U = 12$  V et de fréquence N réglable. On donne  $R = 20 \Omega$ ,  $L = 0,1$  H et  $C = 8 \mu F$ .

1. Pour  $N = 200$  Hz :
  - a) Calculer l'impédance du circuit. (1 pt)
  - b) Calculer la valeur de l'intensité efficace du courant. (0,5 pt)
  - c) Faire la représentation de Fresnel puis calculer le déphasage  $\varphi$  de la tension par rapport à l'intensité du courant. Le circuit est-il capacitif ou inductif ? Justifier. (1,5 pt)
2. On règle la fréquence pour que le circuit soit dans les conditions de résonance d'intensité.
  - a) Déterminer la fréquence  $N_0$  correspondante. (1 pt)
  - b) Déterminer la valeur efficace  $I_0$  de l'intensité à la résonance. (1 pt)
3. La bande passante à 3 décibels est l'ensemble des fréquences pour lesquelles l'intensité efficace  $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ .
  - a) Calculer le facteur de qualité et en déduire la largeur de la bande passante en fréquence  $\Delta N$ . (1 pt)
  - b) Déterminer de deux façons différentes les valeurs  $N_1$  et  $N_2$  des fréquences qui délimitent la bande passante. (2 pts)
  - c) Représenter l'allure de la courbe de résonance  $I = f(N)$  en faisant figurer les valeurs caractéristiques qui délimitent la bande passante. (2 pts)

CONCOURS D'ENTREE A L'ECOLE POLYTECHNIQUE DE LOME (EPL)

Année 2022-2023

TYPE: LICENCE FONDAMENTALE EN SCIENCE DE L'INGENIEUR  
PARCOURS: INFORMATIQUE ET SYSTEME (IS)

*Epreuve de Sciences Physiques (Durée : 2 heures ; Coef. )*

**Exercice 1 : Pendule élastique (10 points)**

Un pendule élastique est constitué comme l'indique la Figure 2 d'un solide (S), supposé ponctuel de masse  $m = 240 \text{ g}$  et de centre d'inertie G, attaché à l'une des extrémités d'un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur  $k$ . l'autre extrémité du ressort étant fixe.

A l'équilibre, le centre d'inertie G de (S) coïncide avec l'origine O du repère  $(O, \vec{i})$  de l'axe  $(x'x)$  porté par l'horizontal comme le montre la Figure 1.

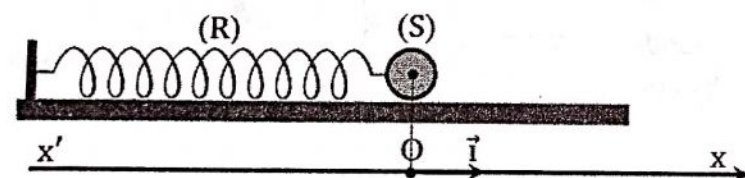


Figure 1

On désigne par  $x(t)$  l'abscisse de G à date  $t$  dans ce repère et par  $V(t)$  sa vitesse à cette date.

1. On écarte (S) de sa position d'équilibre jusqu'au pont  $M_0$  d'abscisse  $x_0$  puis on l'abandonne, à l'instant  $t = 0 \text{ s}$ , avec une vitesse initiale de valeur  $V_0$ . Le solide (S) effectue alors des oscillations autour de sa position d'équilibre. La Figure 2 donne la courbe de l'évolution de l'abscisse  $x$  au cours du temps.